

WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI – KLASA IV – ZAKRES ROZSZERZONY

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE			
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	– kąt w układzie współrzędnych – definicje funkcji trygonometrycznych kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ – znaki wartości funkcji trygonometrycznych – wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji	Uczeń: – zaznacza kąt w układzie współrzędnych – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu – określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ – określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta – oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$	K K–P K–P K–P K–R P–D
2. Kąt obrotu	– dodatni i ujemny kierunek obrotu – wartości funkcji trygonometrycznych kąta $k \cdot 360^\circ + \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$, $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$	Uczeń: – zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α – zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$ – wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia – bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa	K K K–P P–R P–R

		- wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej - określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu	P–R P–D
3. Miara łukowa kąta	- miara łukowa kąta - radian jako jednostka miary łukowej - zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie	Uczeń: - zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie - zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha, k \in \mathbf{Z}$ - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej	K K P–R
4. Funkcje okresowe	- definicja funkcji okresowej - okres podstawowy funkcji	Uczeń: - odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu - szkicuje wykres funkcji okresowej - stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości	K P–R P–R
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	- wykresy funkcji sinus i cosinus - własności funkcji sinus i cosinus - środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - funkcje parzyste i funkcje nieparzyste	Uczeń: - szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość - korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania $\sin x = m, \cos x = m$ w zależności od parametru m	K P P–R R
6. Wykresy funkcji tangens i cotangens	- wykresy funkcji tangens i cotangens - własności funkcji tangens i cotangens - środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens	Uczeń: - szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania $\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a$ w podanym przedziale	K P P–R
7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor	metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + q$	Uczeń: - szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX - szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi OX - podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$	K–P K–P P–D R–D
8. Przekształcenia wykresu	metoda szkicowania wykresu	Uczeń:	

funkcji (1)	funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	- podaje amplitudę wykresu funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - szkicuje wykres funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji $y = -f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności	P R-D R-D
9. Przekształcenia wykresu funkcji (2)	- metoda szkicowania wykresu funkcji $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: - szkicuje wykres funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności	R D
10. Tożsamości trygonometryczne	- podstawowe tożsamości trygonometryczne - metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych	Uczeń: - stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach - dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia - oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich	K P-R P-R
11. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów	- funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - funkcje trygonometryczne podwojonego kąta	Uczeń: - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta - wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta - stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta	K-P P-D R R-D R-D W
12. Wzory redukcyjne	- wzory redukcyjne	Uczeń:	K

		- zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$ - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych	P R-D
13. Równania trygonometryczne (1)	- metody rozwiązywania równań trygonometrycznych	Uczeń: - rozwiązuje proste równania trygonometryczne - rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias	K-P P-D
14. Równania trygonometryczne (2)	- rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów - wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów	Uczeń: - rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych - stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów	R-D W
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA			
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	- wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych	Uczeń: - oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych - stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych - wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej	K P-D D
2. Środek odcinka	- wzór na współrzędne środka odcinka	Uczeń: - wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców - wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca - stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych	K P P-D

3. Odległość punktu od prostej	wzór na odległość punktu od prostej	Uczeń: - oblicza odległość punktu od prostej - oblicza odległość między prostymi równoległymi - stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów	K P P–D
4. Okrąg w układzie współrzędnych	- równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych - równanie okręgu w postaci kanonicznej - równanie okręgu w postaci ogólnej	Uczeń: - podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu - sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt - wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej - sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu - wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg - wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie - stosuje w zadaniach równanie okręgu	K K K K–P P–R R–D R–D P–D
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne	Uczeń: - określa wzajemne położenie dwóch okręgów - podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem	P–R R R R–D
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	- styczna do okręgu - sieczna okręgu	Uczeń: - podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu - wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki - określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej	P R R–D P–D

7. Układy równań drugiego stopnia	- sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia	Uczeń: - rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem - stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów	K–R P–D
8. Działania na wektorach	- dodawanie i odejmowanie wektorów - mnożenie wektora przez liczbę - interpretacja geometryczna działań na wektorach - długość wektora - pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego - równoległość wektorów	Uczeń: - wykonuje działania na wektorach - sprawdza, czy wektory są równoległe - wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek - stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną	K–P P P–R P–D
9. Wektory – zastosowania	- zastosowanie działań na wektorach	Uczeń: - stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów - stosuje działania na wektorach do podziału odcinka - stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej - wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie	P K–P P–D D–W
10. Symetria osiowa	- definicja symetrii osiowej - figury osiowosymetryczne - symetria względem osi układu współrzędnych	Uczeń: - wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu - stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach	K K K–P K–R P–D
11. Symetria środkowa	- definicja symetrii środkowej - figury środkowosymetryczne - symetria względem początku	Uczeń: - wskazuje figury środkowosymetryczne - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego	K

	układu współrzędnych	punktu względem początku układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych - stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej	K K-P K-P P-D
3. CIĄGI			
1. Pojęcie ciągu	- definicja ciągu - ciąg liczbowy - wykres ciągu - wyraz ciągu	Uczeń: - wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie - szkicuje wykres ciągu	K-P K-P K-P
2. Sposoby określania ciągu	- sposoby określania ciągu - wzór ogólny ciągu	Uczeń: - wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym - wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek - wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	P K-P P-R R-D
3. Ciągi monotoniczne (1)	- definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki - uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny - wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym - bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji - wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym - dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów	K-P K-P K-P P-R P-D R-W
4. Ciągi określone rekurencyjnie	- określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: - wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie - wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	K-P P-R R-D

5. Ciągi monotoniczne (2)	- suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów	Uczeń: - wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów - bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu	K-R P-D R-W
6. Ciąg arytmetyczny (1)	- definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy - wzór ogólny ciągu arytmetycznego - monotoniczność ciągu arytmetycznego - własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica - określa monotoniczność ciągu arytmetycznego - wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy - stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	K K-P K-P P P-R P-R P-D
7. Ciąg arytmetyczny (2)	- zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym - udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	P-R D P-D
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	- wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego - uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	K-P P-R P-R R-D R-D
9. Ciąg geometryczny (1)	- definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu	Uczeń: - podaje przykłady ciągów geometrycznych	K

	- wzór ogólny ciągu geometrycznego - własności ciągu geometrycznego	- wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz - wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	K–P P P–R
10. Ciąg geometryczny (2)	- monotoniczność ciągu geometrycznego - pojęcie średniej geometrycznej	Uczeń: - określa monotoniczność ciągu geometrycznego - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym - stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną - stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	P–R P–D P–R P–D
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	- wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Uczeń: - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	K–P P–R
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	- własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego	Uczeń: - stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie	P–D
13. Procent składany	- procent składany - kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji - stopy procentowe nominalna i efektywna	Uczeń: - oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji - oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania - oblicza oprocentowanie lokaty - ustala okres oszczędzania - rozwiązuje zadania związane z kredytami	K–P R–D P–R P–R R–D
14. Granica ciągu	- definicja granicy ciągu - pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ dla $q \in (-1; 1)$,	Uczeń: - ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość - uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy	K–P P–R P–D

	$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ dla $a > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ dla $k > 0$		
15. Ciągi rozbieżne	- definicja ciągu rozbieżnego do ∞ ($-\infty$) - pojęcie granicy niewłaściwej - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$ dla $q > 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty$ dla $k > 0$	Uczeń: - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby - udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji	K-P P-R R-D
16. Obliczanie granic ciągów (1)	- twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - twierdzenie o trzech ciągach - twierdzenie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$	Uczeń: - oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów - oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach	P-D P-D P-D
17. Obliczanie granic ciągów (2)	- twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone	Uczeń: - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej	P-D D-W D-W
18. Szereg geometryczny	- definicja szeregu geometrycznego - suma szeregu geometrycznego - pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego - wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie $q \in (-1; 1)$: $S = \frac{a_1}{1-q}$ - warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego	Uczeń: - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły	K-P P-D P-D P-D R-D W P-R
4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY			
1. Granica funkcji w punkcie	- intuicyjne pojęcie granicy funkcji	Uczeń:	

	w punkcie - pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 - definicja granicy funkcji w punkcie	- uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji	K-R P-R
2. Obliczanie granic funkcji	- twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie - twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie - twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie	Uczeń: - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie	K-R R-D D
3. Granice jednostronne	- definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie - twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie	Uczeń: - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie	K-D P-D
4. Granice niewłaściwe	- definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie - definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie - twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie - asymptota pionowa wykresu funkcji	Uczeń: - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	P-D P-D P-D
5. Granica funkcji w nieskończoności	- definicja granicy funkcji w nieskończoności - twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności - asymptota pozioma wykresu	Uczeń: - wyznacza granice funkcji w nieskończoności - stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności	K-D D K-D D

	funkcji		
6. Ciągłość funkcji	- definicja ciągłości funkcji w punkcie - twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie - definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$ i w przedziale $\langle a; b \rangle$	Uczeń: - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale	P–R P–D R–D
7. Własności funkcji ciągłych	- własność Darboux - twierdzenie Weierstrassa	Uczeń: - stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości - stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym	P–D P–D
8. Pochodna funkcji w punkcie	- iloraz różnicowy funkcji - współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX - styczna i sieczna wykresu funkcji - definicja pochodnej funkcji w punkcie - interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie	Uczeń: - oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej - stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie - oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX - uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie	P–R P–D P–D R–D
9. Funkcja pochodna	- określenie funkcji pochodnej danej funkcji - funkcja różniczkowalna - wzory na pochodne funkcji potęgowej - równanie stycznej	Uczeń: - korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie - wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki - na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji	K–R K–P R–D R–W
10. Działania na pochodnych	twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji	Uczeń: stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu	

	– pochodne funkcji trygonometrycznych	- funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie – stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji – wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych – wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji	K–D P–D D D–W
11. Pochodna funkcji złożonej	– funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna – twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej	Uczeń: – wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę – wyznacza pochodną funkcji złożonej – stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej – wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów	P–D P–D P–D D–W
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	– interpretacja fizyczna pochodnej	Uczeń: – stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał	P–R
13. Monotoniczność funkcji	– twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej	Uczeń: – korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji – uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej – wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych	K–R P–R P–D W
14. Ekstrema funkcji	– definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego – warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum	Uczeń: – podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu – wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie – uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum	K–P K–R P–R P–D
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	– wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym	Uczeń: – wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym	P–R

		- wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej - wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem	P-D D-W
16. Zagadnienia optymalizacyjne	- zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: - wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych	P-D
17. Szkicowanie wykresu funkcji	- schemat badania własności funkcji	Uczeń: - podaje schemat badania własności funkcji - bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli - szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności	K P-D R-D
5. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	- pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: - oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych - oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną	K K-R P-D
2. Mediana i dominanta	- pojęcie mediany - pojęcie dominanty	Uczeń: - wyznacza medianę i dominantę zestawu danych - wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę	K K-R P-D
3. Średnia ważona	- pojęcie średniej ważonej	Uczeń: - oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami - stosuje w zadaniach średnią ważoną	K-P P-D
6. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA			

1. Reguła mnożenia	– reguła mnożenia – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – wypisuje wszystkie wyniki danego doświadczenia – stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia	K–P K–R P–R
2. Permutacje	– definicja permutacji – definicja symbolu $n!$ – liczba permutacji zbioru n-elementowego – permutacje z powtórzeniami	Uczeń: – wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru – oblicza liczbę permutacji danego zbioru – wykonuje obliczenia, stosując definicję silni – wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań	K K P P–D
3. Wariacje bez powtórzeń	– definicja wariacji bez powtórzeń – liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego – reguła dodawania	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań	K–R P–R P–D
4. Wariacje z powtórzeniami	– definicja wariacji z powtórzeniami – liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań	K–R P–D

5. Kombinacje	– definicja kombinacji – liczba k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego – symbol Newtona – wzór dwumianowy Newtona – trójkąt Pascala	Uczeń: – oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$ – oblicza liczbę kombinacji – wypisuje wszystkie k-elementowe kombinacje danego zbioru n-elementowego, np. dla $k = 4$, $n = 5$ – wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań – stosuje własności trójkąta Pascala – wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów – uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ oraz wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ i wniosek: $a - b \mid a^n - b^n$ dla $a, b \in \mathbf{Z}$	K K–R K–P K–D P–R R–D R–D
6. Kombinatoryka – zadania	– zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje	Uczeń: – wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań	K–D
7. Zdarzenia losowe	– pojęcie zdarzenia elementarnego – pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych – pojęcie zdarzenia losowego – wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu – zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe – suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych – zdarzenia wykluczające się – zdarzenie przeciwne	Uczeń: – określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia – wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu – określa zdarzenia: niemożliwe i pewne – wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się	K–P K–P K–P P–D K–P

8. Prawdopodobieństwo klasyczne	– pojęcie prawdopodobieństwa – klasyczna definicja prawdopodobieństwa	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa – wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	K–D K–D
9. Własności prawdopodobieństwa	– określenie prawdopodobieństwa: 1. $0 \leq P(A) \leq 1$ dla dowolnego zdarzenia $A \subset \Omega$ 2. $P(\emptyset)=0$, $P(\Omega) = 1$ 3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń rozłącznych $A, B \subset \Omega$ – własności prawdopodobieństwa: 1. Jeżeli $A, B \subset \Omega$ oraz $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$. 2. Jeżeli $A \subset \Omega$, to $P(A') = 1 - P(A)$. 3. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$. 4. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.	Uczeń: – podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką – oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego – stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają – stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa	K–P K P–R P–R D–W

10. Prawdopodobieństwo warunkowe	– definicja prawdopodobieństwa warunkowego – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego – zdarzenia niezależne i zależne	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń – dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego	K–D R–D W
11. Prawdopodobieństwo całkowite	– wzór na prawdopodobieństwo całkowite	Uczeń: – sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – oblicza prawdopodobieństwo całkowite	K–P K–D
12. Wzór Bayesa	– wzór Bayesa	Uczeń: – stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw przyczyny – udowadnia wzór Bayesa	P–D W
13. Doświadczenia wieloetapowe	– ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym	K–R P–D
14. Schemat Bernoulliego	– próba Bernoulliego – pojęcie sukcesu, porażki – wzór Bernoulliego	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego – stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach – wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach	K K–R P–D

1. Wymagania edukacyjne z matematyki – zasady oceniania

W roku szkolnym 2025/2026 w klasach **4iA, 4kA**

Ogólne kryteria ocen z matematyki

Ocena „celujący”

Ocenę tę otrzymuje uczeń, którego wiedza znacznie wykracza poza obowiązujący program nauczania, a ponadto spełniający jeden z podpunktów:

- twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania
- pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania;
- bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych.

Ocena „bardzo dobry”

Ocenę tę otrzymuje uczeń, który opanował pełen zakres wiadomości przewidziany programem nauczania oraz potrafi:

- sprawnie rachować;
- samodzielnie rozwiązywać zadania;
- wykazać się znajomością definicji i twierdzeń oraz umiejętnością ich zastosowania w zadaniach;
- posługiwać się poprawnym językiem matematycznym;
- samodzielnie zdobywać wiedzę;
- przeprowadzać rozmaite rozumowania dedukcyjne.

Ocena „dobry”

Ocenę tę otrzymuje uczeń, który opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową oraz wybrane elementy programu nauczania, a także potrafi:

- samodzielnie rozwiązać typowe zadania;
- wykazać się znajomością i rozumieniem poznanych pojęć i twierdzeń oraz algorytmów;
- posługiwać się językiem matematycznym, który może zawierać jedynie nieliczne błędy i potknięcia;
- sprawnie rachować;
- przeprowadzić proste rozumowania dedukcyjne.

Ocena „dostateczny”

Ocenę tę otrzymuje uczeń, który opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową, co pozwala mu na:

- wykazanie się znajomością i rozumieniem podstawowych pojęć i algorytmów
- stosowanie poznanych wzorów i twierdzeń w rozwiązywaniu typowych ćwiczeń i zadań;
- wykonywanie prostych obliczeń i przekształceń matematycznych.

Ocena „dopuszczający”

Uczeń opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową w takim zakresie, że potrafi:

- samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela wykonywać ćwiczenia i zadania o niewielkim stopniu trudności;
- wykazać się znajomością i rozumieniem najprostszych pojęć oraz algorytmów;
- operować najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi (liczbami, zbiorami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami).

Ocena „nieдостateczny”

Ocenę tę otrzymuje uczeń, który nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności wynikających z programu nauczania oraz:

- nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych pojęć, algorytmów i twierdzeń;
- popełnia rażące błędy w rachunkach;
- nie potrafi (nawet przy pomocy nauczyciela, który między innymi zadaje pytania pomocnicze) wykonać najprostszych ćwiczeń i zadań;
- nie wykazuje najmniejszych chęci współpracy w celu uzupełnienia braków i nabycia podstawowej wiedzy i umiejętności.

Ocena semestralna i końcoworoczna w klasie I ustalana jest w oparciu o wszystkie oceny cząstkowe.

Sprawdziany są podstawą do wystawienia oceny semestralnej i rocznej. Oceny z kartkówek, odpowiedzi, aktywności i innych form pracy mogą zmienić ocenę (obniżyć lub podwyższyć). Większość sprawdzianów musi być napisana na pozytywną ocenę. Uczeń ma obowiązek napisać każdy sprawdzian.

2.Uczniowi przysługują dwa „**nieprzygotowania**” (np.) w ciągu semestru bez podania przyczyny, z wyłączeniem zajęć, na których odbywają się sprawdziany i zapowiedziane kartkówki. Uczeń zgłasza nieprzygotowanie na początku lekcji i fakt ten zostaje odnotowany przez nauczyciela w dzienniku za pomocą skrótu "np."

3. Zasady przeprowadzania prac pisemnych:

- Kartkówka obejmująca materiał z trzech ostatnich lekcji lub zadanie domowe nie musi być zapowiedziana, kartkówka trwa do 15 minut,
- Praca klasowa obejmująca materiał całego działu musi być zapowiedziana z co najmniej tygodniowym wyprzedzeniem i poprzedzona lekcją powtórzeniową,
- Termin pracy klasowej powinien być uzgodniony z klasą, aby nie pokrywał się z terminem już zapowiedzianej pracy pisemnej,
- Pracę klasową uczniowie piszą przez całą lekcję,
- Uczeń, który opuścił klasówkę (pracę klasową, sprawdzian, test, sprawdzian diagnostyczny, badanie wyników nauczania i in.) z przyczyn usprawiedliwionych, jest zobowiązany ją napisać najpóźniej w ciągu dwóch tygodni od dnia powrotu do szkoły. Termin i czas wyznacza nauczyciel tak, aby nie zakłócać procesu nauczania pozostałych uczniów. Jeżeli jest to tylko jednodniowa nieobecność na sprawdzianie, to uczeń pisze zaległą pracę na najbliższej lekcji matematyki, gdyż nie musi nadrabiać żadnych zaległości.

4. Zasady poprawiania prac pisemnych:

- Uczeń może poprawić ocenę z pracy klasowej w nieprzekraczalnym terminie dwóch tygodni. Uczeń, który otrzymał ocenę niedostateczną z pracy klasowej jest zobowiązany ją poprawić,
- Krótkie sprawdziany – kartkówki – nie podlegają obowiązkowej poprawie,
- Ocena uzyskana z poprawy jest wpisywana obok oceny poprawianej,
- Przy poprawianiu oceny obowiązuje zakres materiału, jaki obowiązywał w dniu pisania sprawdzianu,
- Każda poprawa oceny następuje po uzgodnieniu tego faktu z nauczycielem,