

WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI – ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE			
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	– kąt w układzie współrzędnych – definicje funkcji trygonometrycznych kąta $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ]$ – znaki wartości funkcji trygonometrycznych – wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji	Uczeń: – zaznacza kąt w układzie współrzędnych – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego ramieniu końcowym – określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np. 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ]$ – określa położenie ramienia końcowego kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta – oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $[0^\circ; 360^\circ]$	K K–P K–P K–P K–R P–D
2. Kąt obrotu	– dodatni i ujemny kierunek obrotu – wartości funkcji trygonometrycznych kąta $k \cdot 360^\circ + \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$, $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ]$	Uczeń: – zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α – zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$ – wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego ramienia końcowego – bada, czy punkt należy do ramienia końcowego danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa – wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta – określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu	K K K–P P–R P–R P–R P–D

3. Miara łukowa kąta	– miara łukowa kąta – radian jako jednostka miary łukowej – zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie	Uczeń: – zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie – zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha, k \in \mathbb{Z}$ – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej	K K P–R
4. Funkcje okresowe	– definicja funkcji okresowej – okres podstawowy funkcji	Uczeń: – odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu – szkicuje wykres funkcji okresowej – stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości	K P–R P–R
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	– wykresy funkcji sinus i cosinus – własności funkcji sinus i cosinus – środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus – osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus – funkcje parzyste i funkcje nieparzyste	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale – określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale – odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje dane wartości – korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus, podaje liczby rozwiązań równań $\sin x = m$, $\cos x = m$ w zależności od parametru m	K P P–R R
6. Wykres funkcji tangens	– wykresy funkcji tangens – własności funkcji tangens – środki symetrii wykresów funkcji tangens	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji tangens w danym przedziale – określa własności funkcji tangens w danym przedziale – odczytuje z wykresów funkcji tangens rozwiązania równania $\operatorname{tg} x = a$ w podanym przedziale	K P P–R
7. Przekształcenia wykresu funkcji	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + q$ – metoda szkicowania wykresu funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = -f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności – podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$	K–P K–P R D R–D
8. Tożsamości trygonometryczne	– podstawowe tożsamości trygonometryczne	Uczeń: – stosuje w prostych przypadkach podstawowe tożsamości trygonometryczne	K

	– metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych	– dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia – oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich	P–R P–R
9. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów	– funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – funkcje trygonometryczne podwojonego kąta	Uczeń: – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta – stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych – wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta i funkcje trygonometryczne połowy kąta	K–P P–D R R–D R–D W
10. Wzory redukcyjne	– wzory redukcyjne	Uczeń: – zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$ – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych	K P R–D
11. Równania trygonometryczne (1)	– metody rozwiązywania równań trygonometrycznych	Uczeń: – rozwiązuje proste równania trygonometryczne – rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias	K–P P–D
12. Równania trygonometryczne (2)	– rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów,	Uczeń: – rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych	R–D

	podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów	– rozwiązuje równania trygonometryczne, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów	R–D W
13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie			
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA			
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	– wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych	Uczeń: – oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych – stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych – wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej	K P–D D
2. Środek odcinka	– wzór na współrzędne środka odcinka	Uczeń: – wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców – wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca – stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych	K P P–D
3. Odległość punktu od prostej	– wzór na odległość punktu od prostej	Uczeń: – oblicza odległość punktu od prostej – oblicza odległość między prostymi równoległymi – stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów	K P P–D
4. Okrąg w układzie współrzędnych	– równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych – równanie okręgu w postaci kanonicznej – równanie okręgu w postaci ogólnej	Uczeń: – podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu – sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu – wyznacza równanie okręgu o danym środku przechodzącego przez dany punkt	K K K

		- wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej - sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu - wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg - wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie - stosuje w zadaniach równanie okręgu	K–P P–R R–D R–D P–D
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	- okręgi styczne, przecinające się i rozłączne	Uczeń: - określa wzajemne położenie dwóch okręgów - podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - wyznacza równanie okręgu o danym środku, gdy dane jest położenie tego okręgu względem okręgu opisanego podanym równaniem - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem	P–R R R R–D
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	- styczna do okręgu - sieczna okręgu	Uczeń: - podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu - wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki - określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej	 P R R–D P–D
7. Układy równań drugiego stopnia	- sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia	Uczeń: - rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, rozwiązuje, tym z parametrem - stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów	 K–R P–D
8. Działania na wektorach	- dodawanie i odejmowanie wektorów - mnożenie wektora przez liczbę	Uczeń: - wykonuje działania na wektorach - sprawdza, czy wektory są równoległe	K–P P

	- interpretacja geometryczna działań na wektorach - długość wektora - pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego - równoległość wektorów	- wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek - stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną	P–R P–D
9. Wektory – zastosowania	- zastosowanie działań na wektorach	Uczeń: - stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów - stosuje działania na wektorach do podziału odcinka - stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej - wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie	P K–P P–D D–W
10. Symetria osiowa	- definicja symetrii osiowej - figury osiowosymetryczne - symetria względem osi układu współrzędnych	Uczeń: - wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne wierzchołków wielokąta - wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu - stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach	K K K–P K–R P–D
11. Symetria środkowa	- definicja symetrii środkowej - figury środkowosymetryczne - symetria względem początku układu współrzędnych	Uczeń: - wskazuje figury środkowosymetryczne - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne wierzchołków wielokąta - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych - stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej	K K K–P K–P P–D
12. Powtórzenie wiadomości			

13. Praca klasowa i jej omówienie			
3. CIĄGI			
1. Pojęcie ciągu	- definicja ciągu - ciąg liczbowy - wykres ciągu - wyraz ciągu	Uczeń: - wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie - szkicuje wykres ciągu	K-P K-P K-P
2. Sposoby określania ciągu	- sposoby określania ciągu - wzór ogólny ciągu	Uczeń: - wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym - wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek - wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	P K-P P-R R-D
3. Ciągi monotoniczne (1)	- definicje ciągów rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki - uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny - wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym - bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji - wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym - dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów	K-P K-P K-P P-R P-D R-W
4. Ciągi określone rekurencyjnie	- określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: - wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie - wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	K-P P-R R-D
5. Ciągi monotoniczne (2)	- suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów	Uczeń: - wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów	K-R P-D

		- bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności ciągu	R-W
6. Ciąg arytmetyczny (1)	- definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy - wzór ogólny ciągu arytmetycznego - monotoniczność ciągu arytmetycznego - własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica - określa monotoniczność ciągu arytmetycznego - wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	K K-P K-P P P-R P-R P-D
7. Ciąg arytmetyczny (2)	- zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym - udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	P-R D P-D
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	- wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego - uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	K-P P-R P-R R-D R-D
9. Ciąg geometryczny (1)	- definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu - wzór ogólny ciągu geometrycznego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów geometrycznych - wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz	K K-P

	własności ciągu geometrycznego	- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	P P–R
10. Ciąg geometryczny (2)	- monotoniczność ciągu geometrycznego - pojęcie średniej geometrycznej	Uczeń: - określa monotoniczność ciągu geometrycznego - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym - stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną - stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	P–R P–D P–R P–D
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Uczeń: - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	K–P P–R
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego	Uczeń: stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie	P–D
13. Procent składany	- procent składany - kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji - stopy procentowe nominalna i efektywna	Uczeń: - oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji - oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania - oblicza oprocentowanie lokaty - ustala okres oszczędzania - rozwiązuje zadania związane z kredytami	K–P R–D P–R P–R R–D
14. Granica ciągu	- definicja granicy ciągu - pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \text{ dla } q \in (-1; 1),$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \text{ dla } a > 0,$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \text{ dla } k > 0$	Uczeń: - ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość - uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy	K–P P–R P–D

15. Ciągi rozbieżne	- definicja ciągu rozbieżnego do ∞ ($-\infty$) - pojęcie granicy niewłaściwej - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$ dla $q > 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty$ dla $k > 0$	Uczeń: - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy dany ciąg ma granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby - udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji	K–P P–R R–D
16. Obliczanie granic ciągów (1)	- twierdzenie o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - twierdzenie o trzech ciągach - twierdzenie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$	Uczeń: - oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów - oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach	P–D P–D P–D
17. Obliczanie granic ciągów (2)	- twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone	Uczeń: - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej	P–D D–W D–W
18. Szereg geometryczny	- definicja szeregu geometrycznego - suma szeregu geometrycznego - pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego - wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie $q \in (-1; 1)$: $S = \frac{a_1}{1-q}$ - warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego	Uczeń: - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - wyznacza dziedzinę i szkicuje wykresy funkcji opisanych szeregiem geometrycznym - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego	K–P P–D P–D P–D R–D R–D W
19. Powtórzenie wiadomości 20. Praca klasowa i jej omówienie			

4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY			
1. Granica funkcji w punkcie	- intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie - pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 - definicja granicy funkcji w punkcie	Uczeń: - uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie wykresu tej funkcji - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji	K–R P–R
2. Obliczanie granic funkcji	- twierdzenie o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie - twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie - twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie	Uczeń: - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie	K–R R–D D
3. Granice jednostronne	- definicja granicy prawostronnej i granicy lewostronnej funkcji w punkcie - twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie	Uczeń: - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie	K–D P–D
4. Granice niewłaściwe	- definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie - definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie - twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie - asymptota pionowa wykresu funkcji	Uczeń: - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	P–D P–D P–D
5. Granica funkcji w nieskończoności	- definicja granicy funkcji w nieskończoności	Uczeń: - wyznacza granice funkcji w nieskończoności	K–D

	- twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności - asymptota pozioma wykresu funkcji	- stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności	D K-D D
6. Ciągłość funkcji	- definicja ciągłości funkcji w punkcie - twierdzenie o ciągłości sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie - definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$ i w przedziale $[a; b]$	Uczeń: - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale	P-R P-D R-D
7. Własności funkcji ciągłych	- własność Darboux - twierdzenie Weierstrassa	Uczeń: - stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości - stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym	P-D P-D
8. Pochodna funkcji w punkcie	- iloraz różnicowy funkcji - współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX - styczna do wykresu funkcji i sieczna wykresu funkcji - definicja pochodnej funkcji w punkcie - interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie	Uczeń: - oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej - stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie - oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX - uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie	P-R P-D P-D R-D
9. Funkcja pochodna	- określenie funkcji pochodnej danej funkcji - funkcja różniczkowalna - wzory na pochodne funkcji potęgowej	Uczeń: - korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie	K-R K-P

	- równanie stycznej	- wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna spełnia podane warunki - na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji	R-D R-W
10. Działania na pochodnych	- twierdzenia o pochodnych sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji - pochodne funkcji trygonometrycznych	Uczeń: - stosuje twierdzenia o pochodnych sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji - wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych - wyprowadza wzory na pochodne sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji	K-D P-D W D-W
11. Pochodna funkcji złożonej	- funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna - twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej	Uczeń: - wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę - wyznacza pochodną funkcji złożonej - stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej - wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów	P-D P-D P-D W
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	- interpretacja fizyczna pochodnej	Uczeń: - stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał	P-R
13. Monotoniczność funkcji	- twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej	Uczeń: - korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji - uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej - wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych	K-R P-R P-D W
14. Ekstrema funkcji	- definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego - warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum	Uczeń: - podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu - wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia	K-P K-R

		- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie - uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum	P–R P–D
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym	Uczeń: - wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej - wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem	P–R P–D D–W
16. Zagadnienia optymalizacyjne	zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych	P–D
17. Szkicowanie wykresu funkcji	schemat badania własności funkcji	Uczeń: - podaje schemat badania własności funkcji - bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli - szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności	K P–D R–D
18. Powtórzenie wiadomości 19. Praca klasowa i jej omówienie			
5. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: - oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych - oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną	K K–R P–D
2. Mediana i dominanta	- pojęcie mediany - pojęcie dominanty	Uczeń: - wyznacza medianę i dominantę zestawu danych - wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę	K K–R P–D
3. Średnia ważona	pojęcie średniej ważonej	Uczeń: oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami	K–P

		– stosuje w zadaniach średnią ważoną	P–D
4. Powtórzenie wiadomości 5. Praca klasowa i jej omówienie			

Wymagania edukacyjne z matematyki – szczegółowe zasady oceniania w roku szkolnym 2026/2027 w klasach 4iA, 4kA:

1. Formami pracy ucznia podlegającymi ocenie są:

1) prace pisemne:

a) kartkówka dotycząca materiału z trzech ostatnich tematów realizowanych na maksymalnie pięciu ostatnich lekcjach; nie musi być zapowiadana,

b) klasówka (praca klasowa, sprawdzian, test, sprawdzian diagnostyczny, badanie wyników nauczania i in.) obejmująca większą partię materiału określoną przez nauczyciela z co najmniej tygodniowym wyprzedzeniem. Termin ten powinien być odnotowany w dzienniku elektronicznym w formie komunikatu widocznego dla uczniów i nauczycieli;

2) praca i aktywność na lekcji;

3) odpowiedź ustna;

4) praca domowa;

5) prowadzenie dokumentacji pracy na lekcji;

6) twórcze rozwiązywanie problemów;

7) aktywność poza lekcjami np. udział w konkursach, zawodach.

1) stopień celujący otrzymuje uczeń, który opanował treści i umiejętności o wysokim stopniu trudności w zakresie treści określonych programem nauczania dla danej klasy;

2) stopień bardzo dobry otrzymuje uczeń, który opanował treści i umiejętności określone na poziomie wymagań dopełniającym, czyli:

a) opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności określony programem nauczania przedmiotu w danej klasie,

b) sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami, rozwiązuje samodzielnie problemy teoretyczne i praktyczne ujęte programem nauczania,

c) potrafi zastosować posiadaną wiedzę i umiejętności do rozwiązywania zadań problemów w nowych sytuacjach;

3) stopień dobry otrzymuje uczeń, który opanował poziom wymagań rozszerzających, czyli:

a) poprawnie stosuje wiedzę i umiejętności,

b) rozwiązuje samodzielnie typowe zadania teoretyczne i praktyczne;

4) stopień dostateczny otrzymuje uczeń, który opanował poziom wymagań podstawowych, czyli:

a) opanował wiadomości i umiejętności stosunkowo łatwe, użyteczne w życiu codziennym i absolutnie niezbędne do kontynuowania nauki na wyższym poziomie

5) stopień dopuszczający otrzymuje uczeń, który opanował poziom wymagań koniecznych, czyli:

- a) opanował wiadomości i umiejętności umożliwiające świadome korzystanie z lekcji,
- b) rozwiązuje z pomocą nauczyciela podstawowe zadania teoretyczne i praktyczne;
- 6) stopień niedostateczny otrzymuje uczeń, który nie opanował poziomu wymagań koniecznych.

Ocenę tę otrzymuje uczeń, który nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności wynikających z programu nauczania oraz:

- nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych pojęć, algorytmów i twierdzeń;
- popełnia rażące błędy w rachunkach;
- nie potrafi (nawet przy pomocy nauczyciela, który między innymi zadaje pytania pomocnicze) wykonać najprostszych ćwiczeń i zadań;
- nie wykazuje najmniejszych chęci współpracy w celu uzupełnienia braków i nabycia podstawowej wiedzy i umiejętności.

3. Progi procentowe ocen przy wystawianiu ocen z prac pisemnych:

98% - 100% - stopień celujący

90% - 97,99% - stopień bardzo dobry

75% - 89,99% - stopień dobry

50% - 74,99% - stopień dostateczny

30% - 49,99% - stopień dopuszczający

0% - 29,99% - stopień niedostateczny

4. Zasady przeprowadzania prac pisemnych:

1) Kartkówka obejmująca materiał z trzech ostatnich lekcji lub zadanie domowe nie musi być zapowiedziana, kartkówka trwa do 15 minut,

2) Praca klasowa obejmująca materiał całego działu musi być zapowiedziana z co najmniej tygodniowym wyprzedzeniem i poprzedzona lekcją powtórzeniową;

3) Termin pracy klasowej powinien być uzgodniony z klasą, aby nie pokrywał się z terminem już zapowiedzianej pracy pisemnej;

4) Pracę klasową uczniowie piszą przez całą lekcję;

5) Wewnątrzszkolne badanie wyników nauczania to zapowiedziany z co najmniej miesięcznym wyprzedzeniem pisemny sprawdzian, obejmujący wszystkie wiadomości i umiejętności ucznia na danym etapie edukacyjnym. Czas trwania od 40 – 90 minut;

6) Uczeń, który opuścił klasówkę (pracę klasową, sprawdzian, test, sprawdzian diagnostyczny, badanie wyników nauczania i in.) z przyczyn usprawiedliwionych, jest zobowiązany ją napisać w ciągu dwóch tygodni od dnia powrotu do szkoły. Termin i czas wyznacza nauczyciel tak, aby nie zakłócać procesu nauczania pozostałych uczniów.

a) w przypadku ponownej nieobecności ucznia w ustalonym terminie uczeń pisze pracę klasową (lub inne pisemne sprawdzenie wiadomości) po powrocie do szkoły. Zaliczenie polega na napisaniu pracy klasowej (lub innego pisemnego sprawdzenia wiadomości) o tym samym stopniu trudności,

W sytuacjach uzasadnionych nauczyciel może zwolnić ucznia z zaliczania zaległego sprawdzianu;

b) Jeśli uczeń był nieobecny na klasówce z przyczyn nieusprawiedliwionych, powinien ją napisać na następnej lekcji, tzn. pierwszej, na której będzie obecny po nieobecności na sprawdzianie.

5. Zasady poprawiania prac pisemnych:

1) Uczeń może poprawić ocenę z pracy klasowej w nieprzekraczalnym terminie dwóch tygodni. Uczeń, który otrzymał ocenę niedostateczną z pracy klasowej jest zobowiązany ją poprawić;

- 2) Ocena uzyskana ze sprawdzianu lub testu może być poprawiona na takich samych zasadach jak ocena z pracy klasowej;
 - 3) Krótkie sprawdziany – kartkówki – nie podlegają obowiązkowej poprawie;
 - 4) Uczeń może poprawić ocenę z odpowiedzi ustnej podczas kolejnej odpowiedzi ustnej lub w formie krótkiej wypowiedzi pisemnej;
 - 5) Na lekcji powtórzeniowej uczeń może poprawić kartkówki dotyczące aktualnie powtarzanego materiału;
 - 6) Ocena uzyskana za wykonane ćwiczenie lub z pracy domowej może zostać poprawiona w podobnej formie w terminie uzgodnionym z nauczycielem;
 - 7) Ocena uzyskana z poprawy jest wpisywana jako kolejna w dzienniku – obok oceny poprawianej;
 - 8) Przy poprawianiu oceny obowiązuje zakres materiału, jaki obowiązywał w dniu pisania sprawdzianu, kartkówki lub odpowiedzi ustnej;
 - 9) Każda poprawa oceny następuje po uzgodnieniu tego faktu z nauczycielem;
 - 10) Jeśli uczeń z poprawy otrzymał drugą ocenę niedostateczną, to przy klasyfikacji traktuje się to jako jedną ocenę niedostateczną.
6. Uczniowi przysługują dwa „nieprzygotowania” (np.) w ciągu okresu bez podania przyczyny, z wyłączeniem zajęć, na których odbywają się klasówki i zapowiedziane kartkówki. Uczeń zgłasza nieprzygotowanie na początku lekcji i fakt ten zostaje odnotowany przez nauczyciela w dzienniku za pomocą skrótu np.
7. Nie ocenia się prac uczniów z próbnych egzaminów zewnętrznych lub badań wiedzy i umiejętności uczniów obejmujących swoim zakresem cykl kształcenia oraz nie uwzględnia się wyników z tych prac w klasyfikacji śródrocznej i rocznej.
8. Śródroczną i roczną ocenę klasyfikacyjną z matematyki ustala nauczyciel uczący na podstawie systematycznej oceny pracy uczniów z uwzględnieniem oceny bieżącej.