

WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI – KLASA IV – ZAKRES ROZSZERZONY

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. CIĄGI			
1. Pojęcie ciągu	– definicja ciągu – ciąg liczbowy – wykres ciągu – wyraz ciągu	Uczeń: – wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów – wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie – szkicuje wykres ciągu	K–P K–P K–P
2. Sposoby określania ciągu	– sposoby określania ciągu – wzór ogólny ciągu	Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów – wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym – wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek – wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	P K–P P–R R–D
3. Ciągi monotoniczne (1)	– definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki – uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny – wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym – bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji – wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym – dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych	K–P K–P K–P P–R P–D

		ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów	R–W
4. Ciągi określone rekurencyjnie	– określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: – wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie – wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	K–P P–R R–D
5. Ciągi monotoniczne (2)	– suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów	Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów – bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu	K–R P–D R–W
6. Ciąg arytmetyczny (1)	– definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy – wzór ogólny ciągu arytmetycznego – monotoniczność ciągu arytmetycznego – własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów arytmetycznych – wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica – określa monotoniczność ciągu arytmetycznego – wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy – stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu – wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny – stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	K K–P K–P P P–R P–R P–D
7. Ciąg arytmetyczny (2)	– zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: – udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym – udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej – stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	P–R D P–D
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	– wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu	K–P P–R

		arytmetycznego – uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	P–R R–D R–D
9. Ciąg geometryczny (1)	– definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu – wzór ogólny ciągu geometrycznego – własności ciągu geometrycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów geometrycznych – wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz – wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy – wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	K K–P P P–R
10. Ciąg geometryczny (2)	– monotoniczność ciągu geometrycznego – pojęcie średniej geometrycznej	Uczeń: – określa monotoniczność ciągu geometrycznego – udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym – stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną – stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	P–R P–D P–R P–D
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	– wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Uczeń: – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego – stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	K–P P–R
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	– własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego	Uczeń: – stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie	P–D
13. Procent składany	– procent składany – kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji – stopy procentowe nominalna i efektywna	Uczeń: – oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji – oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania – oblicza oprocentowanie lokaty – ustala okres oszczędzania	K–P R–D P–R P–R

		- rozwiązuje zadania związane z kredytami	R-D
14. Granica ciągu	- definicja granicy ciągu - pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \text{ dla } q \in (-1; 1),$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \text{ dla } a > 0,$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \text{ dla } k > 0$	Uczeń: - ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość - uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy	K-P P-R P-D
15. Ciągi rozbieżne	- definicja ciągu rozbieżnego do ∞ ($-\infty$) - pojęcie granicy niewłaściwej - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty \text{ dla } q > 1,$ $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty \text{ dla } k > 0$	Uczeń: - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby - udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji	K-P P-R R-D
16. Obliczanie granic ciągów (1)	- twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - twierdzenie o trzech ciągach - twierdzenie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$	Uczeń: - oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów - oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach	P-D P-D P-D
17. Obliczanie granic ciągów (2)	- twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone	Uczeń: - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej	P-D D-W D-W
18. Szereg geometryczny	- definicja szeregu geometrycznego - suma szeregu geometrycznego - pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego - wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym	Uczeń: - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów	K-P P-D P-D P-D

	wyrazie a_1 i ilorazie $q \in (-1; 1): S = \frac{a_1}{1-q}$ - warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego	- rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły	R-D W P-R
2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY			
1. Granica funkcji w punkcie	- intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie - pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 - definicja granicy funkcji w punkcie	Uczeń: - uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji	K-R P-R
2. Obliczanie granic funkcji	- twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie - twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie - twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie	Uczeń: - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie	K-R R-D D
3. Granice jednostronne	- definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie - twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie	Uczeń: - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie	K-D P-D
4. Granice niewłaściwe	- definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie - definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie - twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie - asymptota pionowa wykresu	Uczeń: - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	P-D P-D P-D

	funkcji		
5. Granica funkcji w nieskończoności	- definicja granicy funkcji w nieskończoności - twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności - asymptota pozioma wykresu funkcji	Uczeń: - wyznacza granice funkcji w nieskończoności - stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności	K–D D K–D D
6. Ciągłość funkcji	- definicja ciągłości funkcji w punkcie - twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie - definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$ i w przedziale $\langle a; b \rangle$	Uczeń: - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale	P–R P–D R–D
7. Własności funkcji ciągłych	- własność Darboux - twierdzenie Weierstrassa	Uczeń: - stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości - stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym	P–D P–D
8. Pochodna funkcji w punkcie	- iloraz różnicowy funkcji - współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX - styczna i sieczna wykresu funkcji - definicja pochodnej funkcji w punkcie - interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie	Uczeń: - oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej - stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie - oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX - uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie	P–R P–D P–D R–D
9. Funkcja pochodna	- określenie funkcji pochodnej danej funkcji - funkcja różniczkowalna	Uczeń: korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie	K–R

	- wzory na pochodne funkcji potęgowej - równanie stycznej	- wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie - wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki - na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji	K–P R–D R–W
10. Działania na pochodnych	- twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji - pochodne funkcji trygonometrycznych	Uczeń: - stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji - wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych - wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji	K–D P–D D D–W
11. Pochodna funkcji złożonej	- funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna - twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej	Uczeń: - wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę - wyznacza pochodną funkcji złożonej - stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej - wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów	P–D P–D P–D D–W
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	interpretacja fizyczna pochodnej	Uczeń: stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał	P–R
13. Monotoniczność funkcji	twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej	Uczeń: - korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji - uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej - wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych	K–R P–R P–D W
14. Ekstrema funkcji	- definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego - warunki konieczny i wystarczający	Uczeń: - podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu - wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny	K–P

	istnienia ekstremum	i wystarczający jego istnienia – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie – uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum	K–R P–R P–D
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	– wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym	Uczeń: – wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym – wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej – wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem	P–R P–D D–W
16. Zagadnienia optymalizacyjne	– zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: – wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych	P–D
17. Szkicowanie wykresu funkcji	– schemat badania własności funkcji	Uczeń: – podaje schemat badania własności funkcji – bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli – szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności	K P–D R–D
3. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	– pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: – oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych – oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób – wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną	K K–R P–D
2. Mediana i dominanta	– pojęcie mediany – pojęcie dominanty	Uczeń: – wyznacza medianę i dominantę zestawu danych – wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób – wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę	K K–R P–D
3. Średnia ważona	– pojęcie średniej ważonej	Uczeń: – oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami – stosuje w zadaniach średnią ważoną	K–P P–D

4. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA			
1. Reguła mnożenia	– reguła mnożenia – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – wypisuje wszystkie wyniki danego doświadczenia – stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia	K–P K–R P–R
2. Permutacje	– definicja permutacji – definicja symbolu $n!$ – liczba permutacji zbioru n-elementowego – permutacje z powtórzeniami	Uczeń: – wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru – oblicza liczbę permutacji danego zbioru – wykonuje obliczenia, stosując definicję silni – wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań	K K P P–D
3. Wariacje bez powtórzeń	– definicja wariacji bez powtórzeń – liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego – reguła dodawania	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań	K–R P–R P–D
4. Wariacje z powtórzeniami	– definicja wariacji z powtórzeniami – liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań	K–R P–D

5. Kombinacje	– definicja kombinacji – liczba k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego – symbol Newtona – wzór dwumianowy Newtona – trójkąt Pascala	Uczeń: – oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$ – oblicza liczbę kombinacji – wypisuje wszystkie k-elementowe kombinacje danego zbioru n-elementowego, np. dla $k = 4$, $n = 5$ – wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań – stosuje własności trójkąta Pascala – wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów – uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ oraz wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ i wniosek: $a - b \mid a^n - b^n$ dla $a, b \in \mathbb{Z}$	K K–R K–P K–D P–R R–D R–D
6. Kombinatoryka – zadania	– zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje	Uczeń: – wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań	K–D
7. Zdarzenia losowe	– pojęcie zdarzenia elementarnego – pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych – pojęcie zdarzenia losowego – wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu – zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe – suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych – zdarzenia wykluczające się – zdarzenie przeciwne	Uczeń: – określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia – wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu – określa zdarzenia: niemożliwe i pewne – wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się	K–P K–P K–P P–D K–P

8. Prawdopodobieństwo klasyczne	– pojęcie prawdopodobieństwa – klasyczna definicja prawdopodobieństwa	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa – wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	K–D K–D
9. Własności prawdopodobieństwa	– określenie prawdopodobieństwa: 1. $0 \leq P(A) \leq 1$ dla dowolnego zdarzenia $A \subset \Omega$ 2. $P(\emptyset)=0$, $P(\Omega)=1$ 3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń rozłącznych $A, B \subset \Omega$ – własności prawdopodobieństwa: 1. Jeżeli $A, B \subset \Omega$ oraz $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$. 2. Jeżeli $A \subset \Omega$, to $P(A') = 1 - P(A)$. 3. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$. 4. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.	Uczeń: – podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką – oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego – stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają – stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa	K–P K P–R P–R D–W

10. Prawdopodobieństwo warunkowe	– definicja prawdopodobieństwa warunkowego – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego – zdarzenia niezależne i zależne	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń – dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego	K–D R–D W
11. Prawdopodobieństwo całkowite	– wzór na prawdopodobieństwo całkowite	Uczeń: – sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – oblicza prawdopodobieństwo całkowite	K–P K–D
12. Wzór Bayesa	– wzór Bayesa	Uczeń: – stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw przyczyny – udowadnia wzór Bayesa	P–D W
13. Doświadczenia wieloetapowe	– ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym	K–R P–D
14. Schemat Bernoulliego	– próba Bernoulliego – pojęcie sukcesu, porażki – wzór Bernoulliego	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego – stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach – wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach	K K–R P–D

5. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	– wzajemne położenie dwóch płaszczyzn – wzajemne położenie dwóch prostych – proste skośne – prostopadłość prostych w przestrzeni – wzajemne położenie prostej i płaszczyzny – rzut prostokątny na płaszczyznę – twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny	Uczeń: – wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne – wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę – przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni – przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny	K K–P R–D D
2. Graniastosłupy	– graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły – powierzchnia boczna graniastosłupa – wysokość graniastosłupa – prostopadłościan – graniastosłup prawidłowy – pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa – siatki sześcianu	Uczeń: – określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa – sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi – wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego – rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment	K K–P K P–R K
3. Odcinki w graniastosłupach	– przekątna graniastosłupa – długość przekątnej prostopadłościanu	Uczeń: – oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa – uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych i pola powierzchni danego graniastosłupa	K–P P–D D–W

4. Objętość graniastosłupa	– wzór na objętość graniastosłupa	Uczeń: – oblicza objętość graniastosłupa prostego – oblicza objętość graniastosłupa pochyłego – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzoru na objętość graniastosłupa prostego	K–P D–W P–D D–W
5. Ostrosłupy	– ostrosłup – ostrosłup prawidłowy – wysokość ostrosłupa, spodek wysokości – kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego – czworościan foremny – pole powierzchni ostrosłupa	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup – oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę – rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa	K K–P K–P K–R P–D
6. Objętość ostrosłupa	– wzór na objętość ostrosłupa – wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego	Uczeń: – oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów	K–P P–D D–W
7. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	– twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	Uczeń: – stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych – stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii – przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych	P–D P–D D

8. Kąt między prostą a płaszczyzną	– pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	Uczeń: – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)	K–R K–R P–D
9. Kąt dwuścienny	– pojęcie kąta dwuściennego – miara kąta dwuściennego	Uczeń: – wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	K P–D P–D
10. Przekroje prostopadłościanów	– różne przekroje sześcianu	Uczeń: – wyznacza przekroje sześcianu – oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii) – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów sześcianu (również z wykorzystaniem trygonometrii)	P P–D R–W
11. Przekroje ostrosłupów	– różne przekroje ostrosłupa	Uczeń: – wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego – oblicza pole danego przekroju ostrosłupa – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa	K–P P–D R–W
6. BRYŁY OBROTOWE			

1. Walec	– pojęcie walca – podstawa, wysokość, tworząca walca – wzór na pole powierzchni bocznej i całkowitej walca – przekrój osiowy walca – wzór na objętość walca	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące walec – zaznacza przekrój osiowy walca – oblicza pole powierzchni całkowitej walca – oblicza objętość walca – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca	K K K–R K–R P P–D D–W
2. Stożek	– pojęcie stożka – podstawa, wierzchołek, wysokość, tworząca stożka – wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka – przekrój osiowy stożka – kąt rozwarcia stożka – wzór na objętość stożka	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące stożek – zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka – oblicza pole powierzchni całkowitej stożka – oblicza objętość stożka – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka	K K K–R K–R P–D P–D D–W
3. Kula	– kula i sfera – przekroje kuli, koło wielkie – pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli – wzór na pole powierzchni kuli – wzór na objętość kuli	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę – zaznacza przekroje kuli – oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli	K–P K K–R P–D D–W

4. Bryły podobne	– bryły podobne – skala podobieństwa brył podobnych	Uczeń: – wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych do rozwiązywania zadań	P P–D
5. Zagadnienia optymalizacyjne	– funkcje pola powierzchni i objętości brył oraz ich dziedziny	Uczeń: – opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość	R–D
7. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE			
1. Dowody w algebrze (1)	– implikacja: poprzednik, następnik, założenie i teza twierdzenia – twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych – twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych z pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności – przeprowadza dowód nie wprost, np. dotyczący liczb pierwszych	P–D D–W
2. Dowody w algebrze (2)	– zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną – dowód metodą równoważnego przekształcania tezy	Uczeń: – stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych – dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną	P–D K–D
3. Dowody w geometrii (1)	– twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech przystawania trójkątów	Uczeń: – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje przystawanie trójkątów do uzasadniania własności wielokątów – wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń	K P–D P–D

4. Dowody w geometrii (2)	– twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech podobieństwa trójkątów – twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	Uczeń: – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do uzasadniania własności wielokątów – dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym – wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń	K P–D P–D P–D
---------------------------	--	---	------------------------

Wymagania edukacyjne z matematyki – szczegółowe zasady oceniania:

1. Formami pracy ucznia podlegającymi ocenie są:

1) prace pisemne :

- a) kartkówka dotycząca materiału z trzech ostatnich tematów realizowanych na maksymalnie pięciu ostatnich lekcjach; nie musi być zapowiadana,
- b) klasówka (praca klasowa, sprawdzian, test, sprawdzian diagnostyczny, badanie wyników nauczania i in.) obejmująca większą partię materiału określoną przez nauczyciela z co najmniej tygodniowym wyprzedzeniem. Termin ten powinien być odnotowany w dzienniku elektronicznym w formie komunikatu widocznego dla uczniów i nauczycieli;

2) praca i aktywność na lekcji;

3) odpowiedź ustna;

4) praca domowa;

5) prowadzenie dokumentacji pracy na lekcji;

- 6) twórcze rozwiązywanie problemów;
- 7) aktywność poza lekcjami np. udział w konkursach, zawodach.

2. Ogólne kryteria ocen z matematyki

- 1) **stopień celujący** otrzymuje uczeń, który opanował treści i umiejętności o wysokim stopniu trudności w zakresie treści określonych programem nauczania dla danej klasy;
- 2) **stopień bardzo dobry** otrzymuje uczeń, który opanował treści i umiejętności określone na poziomie wymagań dopełniającym, czyli:
 - a) opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności określony programem nauczania przedmiotu w danej klasie,
 - b) sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami, rozwiązuje samodzielnie problemy teoretyczne i praktyczne ujęte programem nauczania,
 - c) potrafi zastosować posiadaną wiedzę i umiejętności do rozwiązania zadań problemów w nowych sytuacjach;
- 3) **stopień dobry** otrzymuje uczeń, który opanował poziom wymagań rozszerzających, czyli:
 - a) poprawnie stosuje wiedzę i umiejętności,
 - b) rozwiązuje samodzielnie typowe zadania teoretyczne i praktyczne;
- 4) **stopień dostateczny** otrzymuje uczeń, który opanował poziom wymagań podstawowych, czyli:
 - a) opanował wiadomości i umiejętności stosunkowo łatwe, użyteczne w życiu codziennym i absolutnie niezbędne do kontynuowania nauki na wyższym poziomie
- 5) **stopień dopuszczający** otrzymuje uczeń, który opanował poziom wymagań koniecznych, czyli:
 - a) opanował wiadomości i umiejętności umożliwiające świadome korzystanie z lekcji,
 - b) rozwiązuje z pomocą nauczyciela podstawowe zadania teoretyczne i praktyczne;
- 6) **stopień niedostateczny** otrzymuje uczeń, który nie opanował poziomu wymagań koniecznych.
Ocenę tę otrzymuje uczeń, który nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności wynikających z programu nauczania oraz:
 - nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych pojęć, algorytmów i twierdzeń;
 - popełnia rażące błędy w rachunkach;
 - nie potrafi (nawet przy pomocy nauczyciela, który między innymi zadaje pytania pomocnicze) wykonać najprostszych ćwiczeń i zadań;
 - nie wykazuje najmniejszych chęci współpracy w celu uzupełnienia braków i nabycia podstawowej wiedzy i umiejętności.

3. Progi procentowe ocen przy wystawianiu ocen z prac pisemnych:

98% - 100%	- stopień celujący
90% - 97,99%	- stopień bardzo dobry
75% - 89,99%	- stopień dobry
50% - 74,99%	- stopień dostateczny

30% - 49,99%	- stopień dopuszczający
0% - 29,99%	- stopień niedostateczny

4. Zasady przeprowadzania prac pisemnych:

- 1) Kartkówka obejmująca materiał z trzech ostatnich lekcji lub zadanie domowe nie musi być zapowiedziana, kartkówka trwa do 15 minut,
- 2) Praca klasowa obejmująca materiał całego działu musi być zapowiedziana z co najmniej tygodniowym wyprzedzeniem i poprzedzona lekcją powtórzeniową;
- 3) Termin pracy klasowej powinien być uzgodniony z klasą, aby nie pokrywał się z terminem już zapowiedzianej pracy pisemnej;
- 4) Pracę klasową uczniowie piszą przez całą lekcję;
- 5) Wewnątrzszkolne badanie wyników nauczania to zapowiedziany z co najmniej miesięcznym wyprzedzeniem pisemny sprawdzian, obejmujący wszystkie wiadomości i umiejętności ucznia na danym etapie edukacyjnym. Czas trwania od 40 – 90 minut;
- 6) Uczeń, który opuścił klasówkę (pracę klasową, sprawdzian, test, sprawdzian diagnostyczny, badanie wyników nauczania i in.) z przyczyn usprawiedliwionych, jest zobowiązany ją napisać w ciągu dwóch tygodni od dnia powrotu do szkoły. Termin i czas wyznacza nauczyciel tak, aby nie zakłócać procesu nauczania pozostałych uczniów.
 - a) w przypadku ponownej nieobecności ucznia w ustalonym terminie uczeń pisze pracę klasową (lub inne pisemne sprawdzenie wiadomości) po powrocie do szkoły. Zaliczenie polega na napisaniu pracy klasowej (lub innego pisemnego sprawdzenia wiadomości) o tym samym stopniu trudności,
W sytuacjach uzasadnionych nauczyciel może zwolnić ucznia z zaliczania zaległego sprawdzianu;
 - b) Jeśli uczeń był nieobecny na klasówce z przyczyn nieusprawiedliwionych, powinien ją napisać na następnej lekcji, tzn. pierwszej, na której będzie obecny po nieobecności na sprawdzianie.

5. Zasady poprawiania prac pisemnych:

- 1) Uczeń może poprawić ocenę z pracy klasowej w nieprzekraczalnym terminie dwóch tygodni. Uczeń, który otrzymał ocenę niedostateczną z pracy klasowej jest zobowiązany ją poprawić;
- 2) Ocena uzyskana ze sprawdzianu lub testu może być poprawiona na takich samych zasadach jak ocena z pracy klasowej;
- 3) Krótkie sprawdziany – kartkówki – nie podlegają obowiązkowej poprawie;
- 4) Uczeń może poprawić ocenę z odpowiedzi ustnej podczas kolejnej odpowiedzi ustnej lub w formie krótkiej wypowiedzi pisemnej;
- 5) Na lekcji powtórzeniowej uczeń może poprawić kartkówki dotyczące aktualnie powtarzanego materiału;
- 6) Ocena uzyskana za wykonane ćwiczenie lub z pracy domowej może zostać poprawiona w podobnej formie w terminie uzgodnionym z nauczycielem;
- 7) Ocena uzyskana z poprawy jest wpisywana jako kolejna w dzienniku;
- 8) Przy poprawianiu oceny obowiązuje zakres materiału, jaki obowiązywał w dniu pisania sprawdzianu, kartkówki lub odpowiedzi ustnej;

9) Każda poprawa oceny następuje po uzgodnieniu tego faktu z nauczycielem;

10) Jeśli uczeń z poprawy otrzymał drugą ocenę niedostateczną, to przy klasyfikacji traktuje się to jako jedną ocenę niedostateczną.

6. **Uczniowi przysługują dwa „nieprzygotowania” (np.)** w ciągu okresu bez podania przyczyny, z wyłączeniem zajęć, na których odbywają się klasówki i zapowiedziane kartkówki. Uczeń zgłasza nieprzygotowanie na początku lekcji i fakt ten zostaje odnotowany przez nauczyciela w dzienniku za pomocą skrótu "np."
7. Nie ocenia się prac uczniów z próbnych egzaminów zewnętrznych ("próbnej matury") lub badań wiedzy i umiejętności uczniów obejmujących swoim zakresem cykl kształcenia oraz nie uwzględnia się wyników z tych prac w klasyfikacji śródrocznej i rocznej.
8. Śródroczną i roczną ocenę klasyfikacyjną z matematyki ustala nauczyciel uczący na podstawie systematycznej oceny pracy uczniów z uwzględnieniem oceny bieżącej.